Javier Delgado

TECNOLOGÍA INDUSTRIAL PARA BACHILLERATO Y SELECTIVIDAD



EDITORIAL
LETRA MINÚSCULA

Primera edición: julio de 2022
ISBN: 978-84-19470-00-3
Copyright © 2022 Javier Delgado
Editado por Editorial Letra Minúscula
www.letraminuscula.com
contacto@letraminuscula.com

Todos los derechos reservados. Bajo las sanciones establecidas en el ordenamiento jurídico, queda rigurosamente prohibida, sin autorización escrita de los titulares del *copyright*, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático.

Índice

Electrónica Digital 19
1. Sistemas analógicos y digitales 21
2. Introducción al Álgebra de Boole 21
2.1. Tabla de la verdad 21
2.2. Leyes del Álgebra de Boole 22
2.2.1 Suma 22
2.2. Leyes del Álgebra de Boole 23
2.2.1. Suma 23
2.2.2. Producto 23
2.2.3. Inversión o negación 23
2.3. Propiedades del Álgebra de Boole 23
2.3.1. Conmutativa 23
2.3.2. Asociativa 23
2.3.3. Distributiva 23
2.3.4. Elemento neutro 23
2.3.5. Ley de absorción 23
2.4. Teorema de Morgan 24
3. Esquema eléctrico y de contactos 24
4. Funciones y puertas lógicas 25
4.1. Puertas lógicas más importantes 25
4.1.1. Función inversión, no, NOT, invert 25
4.1.2. Función producto lógico, y, AND 25
4.1.3. Función suma lógica, o, OR 26
4.1.4. Función suma exclusiva, o-exclusiva, XOR 27
4.2. Funciones lógicas compuestas 28
4.2.1. Función producto negado, NAND 28
4.2.2. Función suma lógica negada, NOR 29
4.2.3. Función suma exclusiva negada, XNOR 30
5. Obtención del circuito lógico (logigrama) a partir de la función 31
6. Obtención de la función lógica a partir del logigrama 32

7. Obtención de la tabla de la verdad a partir de la función 33
8. Obtención de la función lógica a partir de la tabla de la verdad 33
8.1. Minterm – Suma de productos 33
8.2. Maxterm – Producto de sumas 34
9. Simplificación de funciones lógicas 36
9.1. Tabla de Karnaugh 36
9.2. Simplificación con la tabla de Karnaugh 39
9.2.1. Simplificación en forma de minterm (suma de productos) 39
9.2.2. Simplificación en forma de maxterm (producto de sumas) 41
10. Ejercicios TÍPICOS de Examen y Selectividad 45
10.1. Ejercicio CLAVE #1 45
10.2. Ejercicio CLAVE #2 47

Principios de máquinas 51
1. Energía, trabajo y potencia 53
1.1. Energía, E 53
1.2. Trabajo, W 53
1.3. Potencia, P 54
2. Energía potencial, energía cinética y energía mecánica 54
2.1. Energía potencial, E_p 54
2.2. Energía cinética, E_c 55
2.3. Energía mecánica, E_m 56
2.4. Transformación energética en una caída libre 56
2.4.1. Caso sin pérdida de energía 56
2.4.2. Caso con pérdida de energía 58
3. Tipos de movimiento 58
4. Potencia de rotación 59
5. Manifestaciones energéticas 60
6. Transformaciones energéticas 61
6.1. Rendimiento 61
6.2. Pérdidas 61
6.3. Rendimiento compuesto 63

7. Materiales combustibles 63
7.1. Poder calorífico, P_{cal} o P_c 63
7.2. Consumo, C, y caudal, q 64
7.2.1. Consumo específico, C_e 65
7.3. Capacidad calorífica o calor específico, Q_e 66
8. Energía nuclear 67
9. Formulario 68
10. Ejercicios TÍPICOS de Examen y Selectividad 71
10.1. Ejercicio CLAVE #1 71
10.2. Ejercicio CLAVE #2 74

Corriente continua 77
1. Magnitudes eléctricas fundamentales 79
1.1. Intensidad o corriente eléctrica I 79
1.2. Diferencia de potencial, tensión o voltaje V 79
1.3. Resistencia eléctrica R 80
1.3.1. Asociación en serie 80
1.3.2. Asociación en paralelo 81
1.3.3. Asociación mixta 82
1.4. Circuitos en serie, paralelos y mixtos 85
1.4.1. Circuito en serie 85
1.4.2. Circuito en paralelo 85
1.4.3. Circuito mixto 86
1.5. Ley de Ohm 86
1.6. Trabajo eléctrico W 88
1.7. Potencia eléctrica P 88
1.8. Efecto Joule Q 89
1.9. Conductancia G 89
2. Análisis de circuitos 89
2.1. Generador sin resistencia eléctrica 90
2.1.1. Circuito serie 90
2.1.2. Circuito paralelo 92
2.1.3. Circuito mixto 95
2.2. Generadores de corriente continua 101

2.2.1. Resistencia interna r_i 101
2.2.2. Asociación o conexión de generadores 103
2.2.2.1. Asociación en serie 103
2.2.2.2. Asociación en paralelo 104
2.2.2.3. Asociación serie-paralelo o mixta 104
3. Leyes de Kirchhoff 105
3.1. Primera Ley de Kirchhoff 105
3.2. Segunda Ley de Kirchhoff 106
3.3. Aplicación de las Leyes de Kirchhoff 107
4. Ley de Ohm generalizada 111
4.1. Motores eléctricos 112
5. Conductores eléctricos 114
6. Formulario 115
7. Ejercicios TÍPICOS de Examen y Selectividad 116
7.1. Ejercicio CLAVE #1 116
7.2. Ejercicio CLAVE #2 117
7.3. Ejercicio CLAVE #3 119

Mecánica y Máquinas Simples 123
1. Sistemas de fuerzas 125
1.1. Componentes rectangulares de una fuerza 125
1.2. Suma de fuerzas consecutivas 125
1.2.1. Método gráfico. Regla del paralelogramo y del triángulo 125
1.2.2. Método analítico 126
1.2.3. Suma mediante componentes rectangulares 129
2. Equilibrio del punto material o partícula 130
2.1. Primera Ley de Newton 130
2.2. Centros de gravedad de cuerpos simples en el plano 133
3. Equilibrio del sólido rígido 134
4. Tipos de contacto 138
5. Máquinas simples 143
5.1. Palanca 143
5.1.1. Palanca de primer grado 144

5.1.2. Palanca de segundo grado ... 144
5.1.3. Palanca de tercer grado ... 144
5.2. Rueda ... 146
5.3. Torno ... 148
5.4. Torno diferencial ... 148
5.5. Ternal o sistema de poleas diferencial ... 150
5.6. Plano inclinado ... 151
5.7. Tornillo ... 153
6. Formulario ... 154
7. Ejercicios TÍPICOS de Examen y Selectividad ... 157
7.1. Ejercicio CLAVE #1 ... 157
7.2. Ejercicio CLAVE #2 ... 158
7.3. Ejercicio CLAVE #3 ... 161

Neumática y Oleohidráulica ... 165
1. Neumática ... 167
1.1. Transformación de la energía en una instalación neumática ... 167
1.1.1. Cilindros ... 167
1.1.2. Cilindro de efecto simple y cilindro de efecto doble ... 170
2. Oleohidráulica ... 171
2.1. Ventajas de la oleohidráulica frente a la neumática ... 171
2.2. Principios básicos de la oleohidráulica ... 172
2.2.1. Hidrostática. Principio de Pascal ... 172
2.2.2. Hidrodinámica. Caudal y potencia hidráulica ... 172
3. Formulario ... 177

Tolerancias ... 179
1. Tolerancias ... 181
1.1. Cota nominal e incertidumbre ... 182
1.2. Tolerancias entre cotas ... 183
2. Error absoluto, de lectura y de instrumento ... 185
3. Juego y ajuste ... 185
4. Formulario ... 189

5. Ejercicios TÍPICOS de Examen y Selectividad 189
5.1. Ejercicio CLAVE #1 189
5.2. Ejercicio CLAVE #2 190
5.3. Ejercicio CLAVE #3 191
5.4. Ejercicio CLAVE #4 192

Costes de producción 195
1. Tipos de costes 197
1.1. Costes fijos 197
1.2. Costes variables o de producción 197
1.3. Costes totales 197
2. Punto muerto 197
3. Control de calidad 200
4. Distribución en planta del proceso de producción 201
4.1. Fabricación en serie 201
4.2. Fabricación en paralelo 202
5. Formulario 203
6. Ejercicios TÍPICOS de Examen y Selectividad 204
6.1. Ejercicio CLAVE #1 204
6.2. Ejercicio CLAVE #2 205
6.3. Ejercicio CLAVE #3 206
6.4. Ejercicio CLAVE #4 207
7. Aleaciones 207
7.1. Ejercicio CLAVE #5 208
7.2. Ejercicio CLAVE #6 208
7.3. Ejercicio CLAVE #7 209

Máquinas térmicas 211
1. Máquinas térmicas y segundo principio de la termodinámica 213
2. Eficiencia térmica en máquinas generadoras de energía mecánica 214
3. Máquina de Carnot 215
3.1. Eficiencia de Carnot $\boldsymbol{\eta_c}$ 216
3.2. Trabajo de Carnot 216
3.3. Eficiencia térmica según el segundo principio $\boldsymbol{\eta_s}$ 216

4. Entropía 218
5. Motores térmicos de combustión 220
5.1. Cilindrada V_c 220
5.2. Relación de compresión r 220
5.3. Potencia y par motor 220
6. Máquinas térmicas consumidoras de energía mecánica 221
6.1. Coeficiente de eficacia de un refrigerador COP 221
7. Formulario 223
8. Ejercicios TÍPICOS de Examen y Selectividad 225
8.1. Ejercicio CLAVE #1 225
8.2. Ejercicio CLAVE #2 225
8.3. Ejercicio CLAVE #3 227

Corriente Alterna 229
1. Recordatorio de números complejos 231
1.1. Forma binómica y forma polar 231
1.2. Suma y resta 231
1.3. Producto 231
1.4. Cociente 231
1.5. Potencia 232
1.6. Radicación 232
2. Corriente alterna 232
3. Parámetros fundamentales de la corriente alterna 232
4. Elementos pasivos lineales en corriente alterna (R, L, C) 233
4.1. Impedancia, z 233
4.1.1. Circuito de CA con resistencia óhmica pura 234
4.1.2. Circuito de CA con inductancia pura 236
4.1.3. Circuito de CA con capacitancia pura 238
4.1.4. Circuito de CA mixto 240
4.2. Potencia desarrollada en corriente alterna 242
4.2.1. Potencia activa P 242
4.2.2. Potencia reactiva Q 243
4.2.3. Potencia aparente S 244
5. Circuito de corriente alterna en serie o en paralelo 247

6. Resonancia en un circuito RLC serie 247
7. Formulario 247

Propiedades y Ensayos 251
1. Propiedades mecánicas 253
1.1. Resistencia mecánica 253
1.2. Modelos de deformación y comportamiento mecánico 254
1.3. Ensayo de tracción 254
1.3.1. Esfuerzo unitario o tensión normal σ 254
1.3.2. Alargamiento unitario ε 255
1.3.3. Diagrama de tracción 255
1.4. Dureza 257
1.5. Tenacidad 258
1.6. Ensayo de fatiga 259
2. Propiedades térmicas 259
2.1. Conductividad térmica λ 259
2.2. Dilatación térmica 263
3. Formulario 264
4. Ejercicios TÍPICOS de Examen y Selectividad 265
4.1. Ejercicio CLAVE #1 265
4.2. Ejercicio CLAVE #2 266
4.3. Ejercicio CLAVE #3 267
4.4. Ejercicio CLAVE #4 268
4.5. Ejercicio CLAVE #5 269

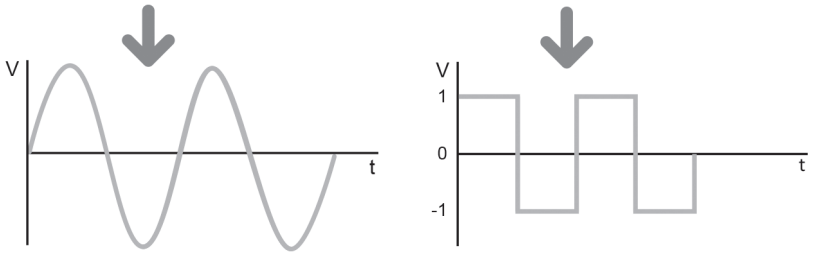
Electromagnetismo 271
1. Campo magnético 273
1.1. Magnetismo y electromagnetismo 273
1.2. Campo magnético 273
1.2.1. Campo magnético uniforme u homogéneo 273
1.3. Permeabilidad magnética de la materia μ 274
1.4. Campo magnético creado por una corriente eléctrica B 274
1.4.1. Campo magnético creado por una corriente eléctrico en un punto 275

1.4.2. Campo magnético creado por un conductor de longitud corta 275
1.4.3. Campo magnético creado por una espira 276
1.4.4. Campo magnético creado por un solenoide o bobina 277
1.4.5. Campo magnético creado por un conductor rectilíneo muy largo 278
1.5. Intensidad o excitación del campo magnético ***H*** 279
1.6. Circuitos magnéticos 279
2. Inducción electromagnética 282
2.1. Fuerza electromotriz inducida en un conductor rectilíneo movido dentro de un campo magnético 283
2.2. FEM inducida en una espira cerrada en un movimiento de traslación 284
2.3. FEM inducida en una espira que gira dentro de un campo magnético 284
2.3.1. Caso de una bobina de N espiras 285
2.3.1.1. Alimentación a un circuito exterior de resistencia ***R*** 286
2.4. Autoinducción o coeficiente de autoinducción ***L*** 286
3. Acción de un campo magnético sobre un conductor con corriente eléctrica 286
4. Formulario 287

ELECTRÓNICA DIGITAL

1. Sistemas analógicos y digitales

ANALÓGICO	DIGITAL
• señal continua • puede coger cualquier valor	• señal discreta • solo unos valores en concreto



2. Introducción al Álgebra de Boole

2.1. Tabla de la verdad



Sirve para relacionar todas las combinaciones de las variables de entrada con su estado en la salida.

Variables de entrada	Variables de salida
Todas las combinaciones posibles de variables de entrada	Salida de cada combinación de variables de entrada

Ejemplo: Siendo *a,b,c* los interruptores de la luz de una habitación (0 si el pulsador está abierto, 1 si está cerrado), y *F* la bombilla (0 si está apagada, 1 si está encendida): elabora la tabla de la verdad.

a	*b*	*c*	*F**
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Resolución:

1. El primer paso es escribir la estructura de la tabla de la verdad, la cual siempre será la misma:
   - Nombre de las variables en la primera fila: entrada | salida
   - Todas las combinaciones posibles en las columnas de las variables de entrada. Para no dejarnos ninguna, podemos seguir esta lógica:

✻ Empezando a completar de derecha a izquierda, vamos alternando 0-1 en grupos de 1-2-4-8-...
- En la columna de la derecha, tendremos: 0-1-0-...
- En la segunda columna por la derecha: 0-0-1-1-0-...
- En la tercera columna: 0-0-0-0-1-1-1-1-0-...
- ...

2. Una vez la tenemos, empezamos a completarla interpretando el enunciado para cada combinación:

a b c	Interpretación	*F*
0 0 0	No hemos apretado ningún interruptor → bombilla apagada	0
0 0 1 0 1 0 1 0 0	Apretamos un interruptor → encendemos la bombilla	1
0 1 1 1 0 1 1 1 0	Apretamos un interruptor (enciende la bombilla) y luego otro (apaga la bombilla) → bombilla apagada	0
1 1 1	Apretamos un interruptor (enciende la bombilla), otro que la apaga, y el otro que la vuelve a encender → bombilla encendida	1

En este caso, podemos aplicar la siguiente lógica para ir más rápido:
- Número par de entradas con valor 1 (o ninguna) → la salida es 0
- Número impar de entradas con valor 1 → la salida es 1

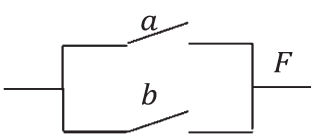
Por lo tanto, nuestra tabla de la verdad queda así:

a	*b*	*c*	*F*
0 0 0 0	0 0 1 1	0 1 0 1	0 1 1 0
1 1 1 1	0 0 1 1	0 1 0 1	1 0 0 1

2.2. Leyes del Álgebra de Boole

2.2.1 Suma

$$F = a + b$$



a	*b*	*F*
0 0 1 1	0 1 0 1	0 1 1 1

2.2. Leyes del Álgebra de Boole

2.2.1. Suma

Postulados:

$a + 0 = a$ $a + 1 = 1$ $a + a = a$ $a + \bar{a} = 1$

2.2.2. Producto

$F = a \cdot b$



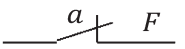
a	*b*	*F*
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Postulados:

$a \cdot 0 = 0$ $a \cdot 1 = a$ $a \cdot a = a$ $a \cdot \bar{a} = 0$

2.2.3. Inversión o negación

$F = \bar{a}$



a	*F*
0	1
1	0

Postulados:

$\bar{\bar{a}} = a$

2.3. Propiedades del Álgebra de Boole

2.3.1. Conmutativa

$a + b = b + a$

$a \cdot b = b \cdot a$

2.3.2. Asociativa

$a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c$

$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot b \cdot c$

2.3.3. Distributiva

$a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

2.3.4. Elemento neutro

$a + 0 = a$

$a \cdot 1 = a$

2.3.5. Ley de absorción

$a + a \cdot b = a \cdot (1 + b) = a \cdot 1 = a$

$a \cdot (a + b) = a \cdot a + a \cdot b = a + a \cdot b = a$

4. Funciones y puertas lógicas

Una función lógica se puede expresar con la expresión matemática, el símbolo (norma DIN o ASA) o la tabla de la verdad.

4.1. Puertas lógicas más importantes

4.1.1. Función inversión, no, NOT, invert

Expresión matemática

$F = \bar{e}$

Símbolo lógico

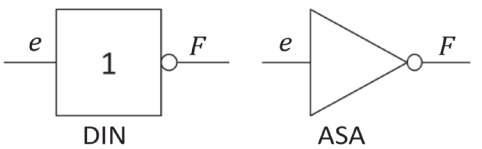
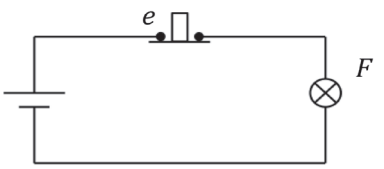


Tabla de la verdad

e	*F*
0	1
1	0

La salida es lo contrario de la entrada.

Circuito eléctrico equivalente



Circuito de contactos equivalente



Pulsador normalmente cerrado

Ejemplo de aplicación

El pulsador de la luz de un frigorífico:

- Si abro la puerta, dejo de hacer contacto entre la puerta y el pulsador (e=0) → la bombilla se enciende (F=1) por ser un pulsador normalmente cerrado (si no actúo, está en contacto).
- Si cierro la puerta, ésta presiona el pulsador (e=1) → la bombilla se apaga (F=0) ya que se abre el circuito.

4.1.2. Función producto lógico, y, AND

Expresión matemática

$F = a \cdot b$

Símbolo lógico

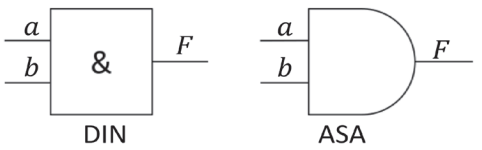
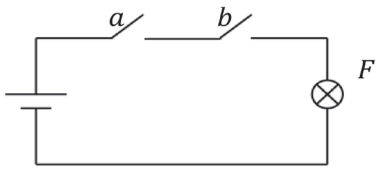


Tabla de la verdad

a	*b*	*F*
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

La salida es 1 si todas las entradas son 1

Circuito eléctrico equivalente



Circuito de contactos equivalente



Interruptores en serie

Ejemplo de aplicación

Acceso a una cámara de seguridad con control de huella (*a*) y pin de acceso (*b*):

- Si la huella no es de una persona autorizada (*a*=0), y tampoco se introduce el pin correcto (*b*=0) → acceso denegado (*F*=0).
- Si la huella no es de una persona autorizada (*a*=0), aunque se introduzca el pin correcto (*b*=1) → acceso denegado (*F*=0).
- Si detecta la huella de una persona autorizada (*a*=1), pero no se introduce el pin correcto (*b*=0) → acceso denegado (*F*=0).
- Si detecta la huella de una persona autorizada (*a*=1), y se introduce el pin correcto (*b*=1) → se puede acceder (*F*=1).

➢ Se tienen que verificar las dos claves de acceso para poder entrar.

4.1.3. Función suma lógica, o, OR

Expresión matemática

$F = a + b$

Símbolo lógico

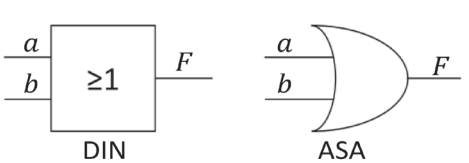
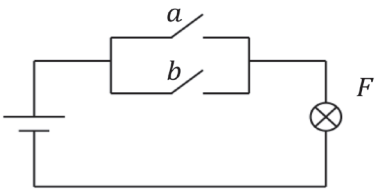


Tabla de la verdad

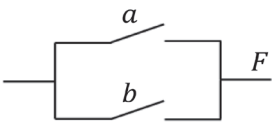
a	*b*	*F*
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

La salida es 1 si alguna entrada es 1

Circuito eléctrico equivalente



Circuito de contactos equivalente



Interruptores en paralelo

Ejemplo de aplicación

Sistema de alarma de un local:

- Si el primer sensor no detecta movimiento (a=0), y tampoco el segundo (b=0) → la alarma no salta (F=0).
- Si el primer sensor no detecta movimiento (a=0), pero sí lo hace el segundo (b=1) → la alarma salta (F=1).
- Si el primer sensor detecta movimiento (a=1), aunque no lo haga el segundo (b=0) → la alarma salta (F=1).
- Si el primer sensor detecta movimiento (a=1), y también el segundo (b=1) → la alarma salta (F=1).

➢ No importa por dónde entren a robar; en caso que entren, la alarma tiene que saltar sí o sí.

4.1.4. Función suma exclusiva, o-exclusiva, XOR

Expresión matemática

$$F = a \oplus b = \bar{a}b + a\,\bar{b}$$

Símbolo lógico

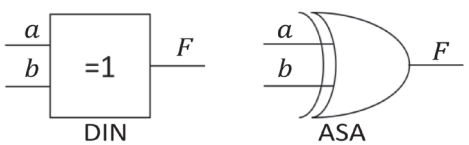
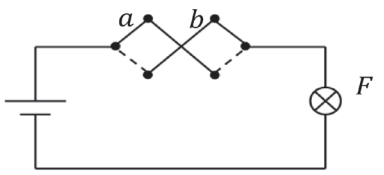


Tabla de la verdad

a	*b*	*F*
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

La salida es 1 si hay un número impar de entradas 1

Circuito eléctrico equivalente



a y b son conmutadores: si no se accionan se quedan en la posición marcada, si se acciona cambian a la línea discontinua

Ejemplo de aplicación

Bombilla de llamadas en un estudio de radio:

- Si no hay ninguna llamada entrante (a=0), estando el teléfono colgado (b=0) → la bombilla no se enciende (F=0).
- Si no hay ninguna llamada entrante (a=0), pero el teléfono está descolgado (b=1) → se enciende la bombilla (F=1) para indicar que está descolgado.
- Si hay una llamada entrante (a=1), y el teléfono está colgado (b=0) → la bombilla se enciende (F=1) para avisar que hay una llamada.
- Si hay una llamada entrante (a=1), pero el teléfono está descolgado (b=1) → la bombilla no salta (F=0) para no molestar durante una llamada.

4.2. Funciones lógicas compuestas

4.2.1. Función producto negado, NAND

Expresión matemática

$$F = \overline{a \cdot b}$$

Símbolo lógico

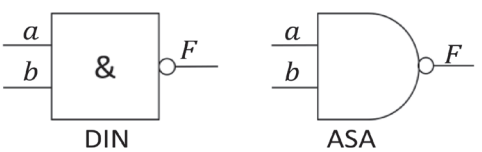
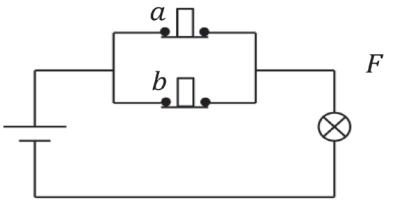


Tabla de la verdad

a	*b*	*F*
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

La salida es 0 si todas las entradas son 1

Circuito eléctrico equivalente



Pulsadores normalmente cerrados en paralelo

Ejemplo de aplicación

Indicativo de plazas libres de un parking con dos sensores (uno por cada plaza):

- Si la primera plaza está libre (a=0), y también la segunda (b=0) → se enciende la luz de libre (F=1).
- Si la primera plaza está libre (a=0), pero la segunda ocupada (b=1) → se enciende la luz de libre (F=1).
- Si la primera plaza está ocupada (a=1), pero la segunda libre (b=0) → se enciende la luz de libre (F=1).
- Si la primera plaza está ocupada (a=1), y la segunda también (b=1) → no se enciende la luz de libre (F=0).

➢ Da igual cuántas plazas libres haya, mientras haya una ya se indica que está libre.

4.2.2. Función suma lógica negada, NOR

Expresión matemática

$$F = \overline{a + b}$$

Símbolo lógico

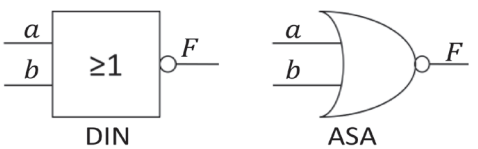
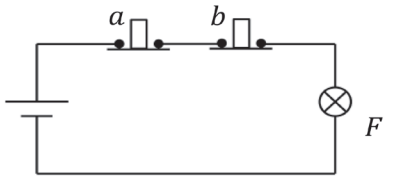


Tabla de la verdad

a	*b*	*F*
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

La salida es 0 si alguna entrada es 1

Circuito eléctrico equivalente



Pulsadores normalmente cerrados en serie

Ejemplo de aplicación

Sistema de paro de emergencia:

- Si el primer sensor no detecta ningún fallo (a=0), ni tampoco el segundo (b=0) → la máquina funciona (F=1).
- Si el primer sensor no detecta ningún fallo (a=0), pero el segundo sí (b=1) → la máquina se para (F=0).
- Si el primer sensor detecta un fallo (a=1), aunque no lo haga el segundo (b=0) → la máquina se para (F=0).
- Si el primer sensor detecta un fallo (a=1), y el segundo también (b=1) → se para la máquina (F=0).

➢ Da igual qué sensor indique fallo, la máquina se debe parar automáticamente.

4.2.3. Función suma exclusiva negada, XNOR

Expresión matemática

$$F = \overline{a \oplus b} = ab + \bar{a}\,\bar{b}$$

Símbolo lógico

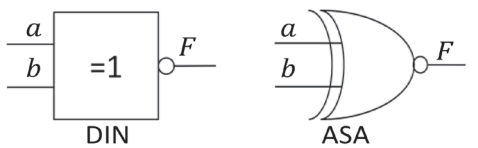
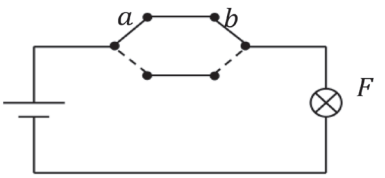


Tabla de la verdad

a	*b*	*F*
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

La salida es 0 si hay un número impar de entradas 1

Circuito eléctrico equivalente



a y b son conmutadores: si no se accionan se quedan en la posición marcada, si se acciona cambian a la línea discontinua

Ejemplo de aplicación

Interruptores de la luz de una habitación (suponiendo una luz inicialmente encendida):

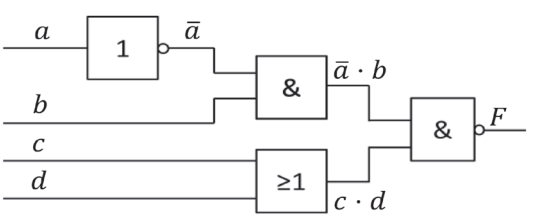
- Si no pulso el primer interruptor (a=0), ni tampoco el segundo (b=0) → la bombilla se queda encendida (F=1).
- Si no pulso el primer interruptor (a=0), pero sí el segundo (b=1) → la bombilla se apaga (F=0).
- Si pulso el primer interruptor (a=1), pero no el segundo (b=0) → la bombilla se apaga (F=0).
- Si pulso el primer interruptor (a=1), y luego el segundo también (b=1) → con el primero se apaga la bombilla, y con el segundo se vuelve a encender (F=1).

5. Obtención del circuito lógico (logigrama) a partir de la función

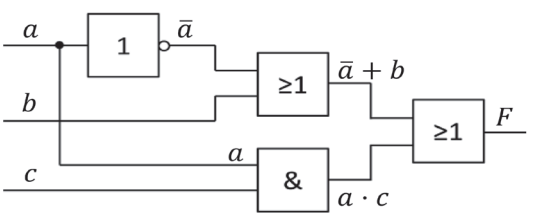
Vamos construyendo, de pequeña a grande, las diferentes partes de la función. Para facilitarnos la lectura al final, ponemos las entradas y/o salidas de cada puerta lógica.

Ejemplo: Determina el circuito que da las siguientes funciones.

$$F = \overline{(\bar{a} \cdot b)(c + d)}$$



$$F = (\bar{a} + b) + (a \cdot c)$$



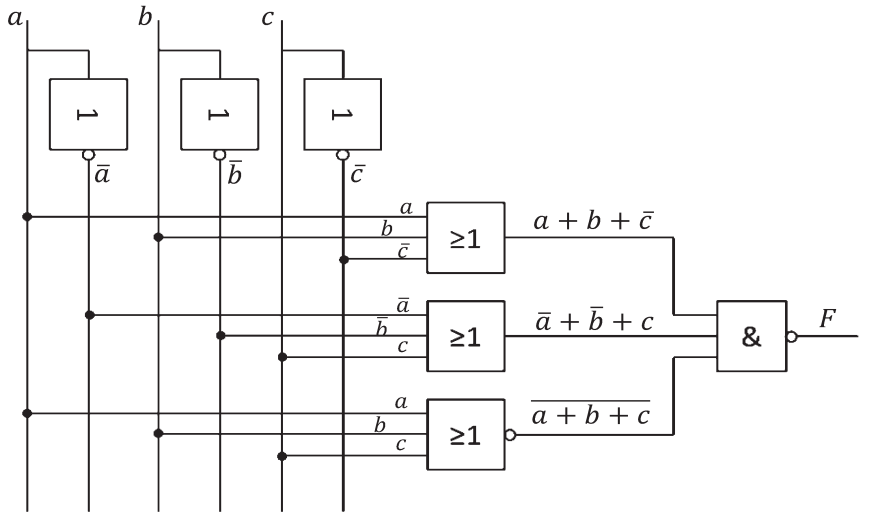
*	Un cable cruzado no implica nada si no se marca el punto de cruce (•), que entonces quiere decir que coges exactamente lo que venía por ese cable.

6. Obtención de la función lógica a partir del logigrama

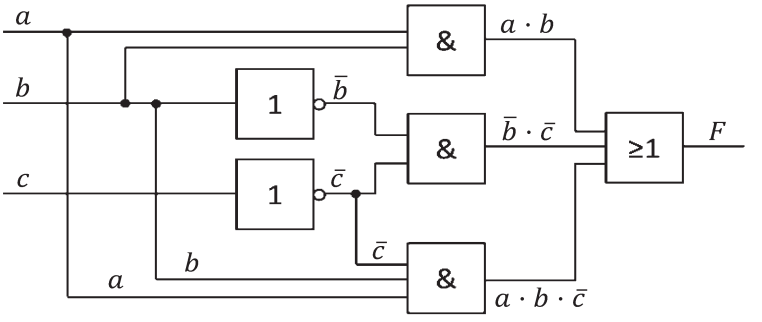
Igual que antes, vamos leyendo de pequeño a grande; en este caso, de izquierda a derecha. Vamos anotando lo que obtenemos tras pasar por cada puerta lógica para que sea más fácil.

Ejemplo: Determina la función lógica a partir de los siguientes logigramas.

*	Los cables de las entradas pueden venir de forma horizontal o vertical, se trabajará de la misma manera. También lo podemos usar así en el apartado anterior.



$$F = \overline{(a + b + \bar{c}) \cdot (\bar{a} + \bar{b} + c) \cdot (\overline{a + b + c})}$$



$$F = a \cdot b + \bar{b} \cdot \bar{c} + a \cdot b \cdot \bar{c}$$

7. Obtención de la tabla de la verdad a partir de la función

De nuevo, iremos paso a paso, de los términos más pequeños a los más grandes. Es recomendable ir haciendo columnas para los pasos intermedios para acabar teniendo los diferentes componentes de F agrupados.

Ejemplo: Determina la tabla de la verdad a partir de la función: $F = \bar{a} \cdot b + \bar{c}$

Resolución:
Como ejemplo, analizamos la primera fila; el resto se harán de forma idéntica.

- De la función dada, vemos que empezamos necesitando la $\bar{a}$ → dado que $a = 0$, $\bar{a} = 1$.
- Una vez tenemos $\bar{a}$, podemos calcular el producto lógico $\bar{a} \cdot b$ → tenemos $\bar{a} = 1$ y $b = 0$, por lo tanto $\bar{a} \cdot b = 1 \cdot 0 = 0$.
- Por último, nos aparece el término de $\bar{c}$ que aún no tenemos: lo calculamos → dado que $c = 0$, $\bar{c} = 1$.
- Finalmente, encontramos cuánto vale F con los valores de las dos últimas columnas que hemos calculado: $F = (\bar{a} \cdot b) + \bar{c} = 0 + 1 = 1$.

a	***b***	***c***	$\bar{a}$	$\bar{a} \cdot b$	$\bar{c}$	F
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

8. Obtención de la función lógica a partir de la tabla de la verdad

8.1. Minterm – Suma de productos

Ejemplo: Determina la función lógica a partir de la siguiente tabla de la verdad.

a	*b*	*c*	*F*
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Resolución:

1. Escogemos las combinaciones de variables de entrada que tienen como salida 1.

a	*b*	*c*	*F*
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	1	1

2. Cada una de estas combinaciones forma un término de la función. En este caso:

1ª combinación:	$a = 0$	$b = 0$	$c = 0$
2ª combinación:	$a = 0$	$b = 1$	$c = 0$
3ª combinación:	$a = 1$	$b = 0$	$c = 1$

3. Cada término está formado por el producto de las tres variables de entrada:
   a. Si la variable vale 0 se pone negada
   b. Si la variable vale 1 se pone sin negar

1ª combinación:	$a = 0$	$b = 0$	$c = 0$	→	$\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c}$
2ª combinación:	$a = 0$	$b = 1$	$c = 0$	→	$\bar{a} \cdot b \cdot \bar{c}$
3ª combinación:	$a = 1$	$b = 0$	$c = 1$	→	$a \cdot \bar{b} \cdot c$

4. La función es la suma de estos términos.

$$F = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot b \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b} \cdot c$$

8.2. Maxterm – Producto de sumas

Maxterm funciona completamente al revés que minterm.

Ejemplo: Determina la función lógica a partir de la siguiente tabla de la verdad

a	*b*	*c*	*F*
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Resolución:

1. Escogemos las combinaciones de variables de entrada que tienen como salida 0.

a	*b*	*c*	*F*
0	1	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0

2. Cada una de estas combinaciones forma un término de la función. En este caso:

1ª combinación:	$a = 0$	$b = 1$	$c = 0$
2ª combinación:	$a = 1$	$b = 0$	$c = 1$
3ª combinación:	$a = 1$	$b = 1$	$c = 0$

3. Cada término está formado por la suma de las tres variables de entrada:
   a. Si la variable vale 0 se pone sin negar
   b. Si la variable vale 1 se pone negada

1ª combinación:	$a = 0$	$b = 1$	$c = 0$	→	$a + \bar{b} + \bar{c}$
2ª combinación:	$a = 1$	$b = 0$	$c = 1$	→	$\bar{a} + b + c$
3ª combinación:	$a = 1$	$b = 1$	$c = 0$	→	$\bar{a} + \bar{b} + c$

4. La función es el producto de estos términos.

$$F = (a + \bar{b} + c) \cdot (\bar{a} + b + \bar{c}) \cdot (\bar{a} + \bar{b} + c)$$

Para una misma tabla de la verdad, los dos métodos llevan a funciones sin simplificar diferentes; si las simplificamos, llegamos al mismo resultado.



Vistas estas cuatro secciones, será importante saber pasar de:

Logigrama ↔ Función
Función ↔ Tabla de la verdad
Tabla de la verdad ↔ Logigrama

Tabla de la verdad ↔ Logrigrama
=
Tabla de la verdad ↔ Función ↔ Logigrama

9. Simplificación de funciones lógicas

9.1. Tabla de Karnaugh

En la primera fila y columna ponemos las n variables de entrada, en las 2^n casillas interiores (el resto de casillas libres) las salidas (a continuación se muestran ejemplos para verlo mejor):

n variables de entrada	*2^n combinaciones*	*2^n salidas*
2	2^2	4
3	2^3	8
4	2^4	16
5	2^5	32

La estructura de la tabla siempre será la misma, lo que cambiará serán las casillas interiores (tal y como pasaba con la tabla de la verdad).

Para el caso de 2 variables:

- Las filas hacen referencia al valor de la variable de entrada a
- Las columnas hacen referencia al valor de la variable de entrada b
- Las casillas interiores corresponden a la combinación de a y b de la fila y columna en la que se encuentran

$a\backslash bc$	0	1
0	$a = 0$ $b = 0$	$a = 0$ $b = 1$
1	$a = 1$ $b = 0$	$a = 1$ $b = 1$

Para el caso de 3, 4 y 5 variables:

- No puede haber más de un cambio entre dos filas/columnas consecutivas: en las filas/columnas donde aparecen dos o más variables, solo puede cambiar una en cada salto → lo mejor será usar siempre la misma estructura
- Lo más habitual será tener casos de 3 o 4 variables

*Para más de 5 se usan las tablas de Quine-McCluskey

$a\backslash bc$	00	10	11	01
0	$a = 0$ $b = 0$ $c = 0$	$a = 0$ $b = 1$ $c = 0$	$a = 0$ $b = 1$ $c = 1$	$a = 0$ $b = 0$ $c = 1$
1	$a = 1$ $b = 0$ $c = 0$	$a = 1$ $b = 1$ $c = 0$	$a = 1$ $b = 1$ $c = 1$	$a = 1$ $b = 0$ $c = 1$

ab\cd	00	10	11	01
00	$a=0$ $b=0$ $c=0$ $d=0$	$a=0$ $b=0$ $c=1$ $d=0$	$a=0$ $b=0$ $c=1$ $d=1$	$a=0$ $b=0$ $c=0$ $d=1$
10	$a=1$ $b=0$ $c=0$ $d=0$	$a=1$ $b=0$ $c=1$ $d=0$	$a=1$ $b=0$ $c=1$ $d=1$	$a=1$ $b=0$ $c=0$ $d=1$
11	$a=1$ $b=1$ $c=0$ $d=0$	$a=1$ $b=1$ $c=1$ $d=0$	$a=1$ $b=1$ $c=1$ $d=1$	$a=1$ $b=1$ $c=0$ $d=1$
01	$a=0$ $b=1$ $c=0$ $d=0$	$a=0$ $b=1$ $c=1$ $d=0$	$a=0$ $b=1$ $c=1$ $d=1$	$a=0$ $b=1$ $c=0$ $d=1$

ab\cde	000	001	011	010	110	111	101	100
00	$a=0$ $b=0$ $c=0$ $d=0$ $e=0$	$a=0$ $b=0$ $c=0$ $d=0$ $e=1$	$a=0$ $b=0$ $c=0$ $d=1$ $e=1$	$a=0$ $b=0$ $c=0$ $d=1$ $e=0$	$a=0$ $b=0$ $c=1$ $d=0$ $e=0$	$a=0$ $b=0$ $c=1$ $d=0$ $e=1$	$a=0$ $b=0$ $c=1$ $d=1$ $e=1$	$a=0$ $b=0$ $c=1$ $d=1$ $e=0$
10	$a=1$ $b=0$ $c=0$ $d=0$ $e=0$	$a=1$ $b=0$ $c=0$ $d=0$ $e=1$	$a=1$ $b=0$ $c=0$ $d=1$ $e=1$	$a=1$ $b=0$ $c=0$ $d=1$ $e=0$	$a=1$ $b=0$ $c=1$ $d=0$ $e=0$	$a=1$ $b=0$ $c=1$ $d=0$ $e=1$	$a=1$ $b=0$ $c=1$ $d=1$ $e=1$	$a=1$ $b=0$ $c=1$ $d=1$ $e=0$
11	$a=1$ $b=1$ $c=0$ $d=0$ $e=0$	$a=1$ $b=1$ $c=0$ $d=0$ $e=1$	$a=1$ $b=1$ $c=0$ $d=1$ $e=1$	$a=1$ $b=1$ $c=0$ $d=1$ $e=0$	$a=1$ $b=1$ $c=1$ $d=0$ $e=0$	$a=1$ $b=1$ $c=1$ $d=0$ $e=1$	$a=1$ $b=1$ $c=1$ $d=1$ $e=1$	$a=1$ $b=1$ $c=1$ $d=1$ $e=0$
01	$a=0$ $b=1$ $c=0$ $d=0$ $e=0$	$a=0$ $b=1$ $c=0$ $d=0$ $e=1$	$a=0$ $b=1$ $c=0$ $d=1$ $e=1$	$a=0$ $b=1$ $c=0$ $d=1$ $e=0$	$a=0$ $b=1$ $c=1$ $d=0$ $e=0$	$a=0$ $b=1$ $c=1$ $d=0$ $e=1$	$a=0$ $b=1$ $c=1$ $d=1$ $e=1$	$a=0$ $b=1$ $c=1$ $d=1$ $e=0$

Ejemplo: Representa con la tabla de Karnaugh la siguiente tabla de la verdad

a	*b*	*c*	*F*
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1



*a**bc*	00	10	11	01
0	1	1	1	0
1	0	0	1	1

a	*b*	*c*	*d*	*F*
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



*ab**cd*	00	10	11	01
00	1	1	1	0
10	0	1	0	1
11	1	1	1	0
01	1	0	1	0

9.2. Simplificación con la tabla de Karnaugh

9.2.1. Simplificación en forma de minterm (suma de productos)

Ejemplo: Encuentra la función simplificada (por minterm) a partir de la tabla de la verdad siguiente

a	*b*	*c*	*d*	*F*
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Resolución:

1. Como se resuelve por minterm, se llenan las casillas de la tabla de Karnaugh de las combinaciones con salida 1. El resto se dejan vacías.

ab\cd	00	10	11	01
00	1			1
10	1			1
11		1	1	
01			1	

2. Se agrupan las casillas llenas de la siguiente forma:
   - Por ser un sistema binario, las agrupaciones tienen que ser de 2^n casillas: 1, 2, 4, 8
   - Siempre hay que hacer la agrupación más grande posible
   - Una casilla puede pertenecer a más de una agrupación
   - No se puede agrupar en diagonal
   - La tabla es una bola abierta, se pueden agrupar casillas de los extremos opuestos

ab\cd	00	10	11	01
00	1			1
10	1			1
11		1	1	
01			1	

- En este caso, las agrupaciones son las siguientes:
  · Primera ▬ ▬ : es una bola abierta, las columnas de los extremos también están en contacto. No se podrían unir de 2 en 2 porque siempre hay que coger la agrupación más grande posible
  · Segunda • • • y Tercera ═ : deben compartir una casilla para formar dos grupos de 2, y no uno de 1 y otro de 2

3. Cada agrupación corresponde a un término de la ecuación simplificada, con las siguientes reglas:
   - Si una variable cambia de valor dentro de la agrupación, desaparece del término ya que la salida no depende de esa variable.
   - Si una variable mantiene su valor dentro de la agrupación, y éste es 0, aparece negada en ese término de la ecuación.
   - Si una variable mantiene su valor dentro de la agrupación, y éste es 1, aparece sin negar en ese término de la ecuación.
   - Como se está simplificando en forma de minterm (suma de productos), cada agrupación da un producto entre las variables. La función simplificada es la suma de los productos.
   - En este caso, de las agrupaciones anteriores:

     · Primera → $\bar{b} \cdot \bar{c}$
     - La variable a cambia de valor (en la primera fila vale 0 y en la segunda vale 1) → no aparece
     - La variable b no cambia de valor (tanto en la primera fila como en la segunda vale 0) → aparece negada
     - La variable c no cambia de valor (tanto en la primera columna como en la cuarta vale 0) → aparece negada
     - La variable d cambia de valor (en la primera columna vale 0 y en la cuarta vale 1) → no aparece

     · Segunda → $a \cdot b \cdot c$
     - La variable a no cambia de valor (en la tercera fila vale 1) → aparece sin negar
     - La variable b no cambia de valor (en la tercera fila vale 1) → aparece sin negar

- La variable *c* no cambia de valor (tanto en la segunda columna como en la tercera vale 1) → aparece sin negar
- La variable *d* cambia de valor (en la segunda columna vale 0 y en la tercera vale 1) → no aparece

· Tercera → $b \cdot c \cdot d$

- La variable *a* cambia de valor (en la tercera fila vale 1 y en la cuarta vale 0) → no aparece
- La variable *b* no cambia de valor (tanto en la tercera fila como en la cuarta vale 1) → aparece sin negar
- La variable *c* no cambia de valor (en la tercera columna vale 1) → aparece sin negar
- La variable *d* no cambia de valor (en la tercera columna vale 1) → aparece sin negar

· La función simplificada, pues, resulta: $F = \bar{b} \cdot \bar{c} + a \cdot b \cdot c + b \cdot c \cdot d$

9.2.2. Simplificación en forma de maxterm (producto de sumas)

Para demostrar que minterm y maxterm llegan a la misma función simplificada, se explicará usando el mismo ejemplo anterior

Ejemplo: Encuentra la función simplificada (por maxterm) a partir de la tabla de la verdad siguiente

a	*b*	*c*	*d*	*F*
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Resolución:

1. Como se resuelve por maxterm, se llenan las casillas de la tabla de Karnaugh de las combinaciones con salida 0. El resto se dejan vacías.

ab\cd	00	10	11	01
00		0	0	
10		0	0	
11	0			0
01	0	0		0

2. Se agrupan las casillas llenas de la siguiente forma (igual que minterm):
   - Por ser un sistema binario, las agrupaciones tienen que ser de 2^n casillas: 1, 2, 4, 8
     · Siempre hay que hacer la agrupación más grande posible
     · Una casilla puede pertenecer a más de una agrupación
     · No se puede agrupar en diagonal
     · La tabla es una bola abierta, se pueden agrupar casillas de los extremos opuestos

ab\cd	00	10	11	01
00		0	0	
10		0	0	
11	0			0
01	0	0		0

     · En este caso, las agrupaciones son las siguientes:
     - Primera ▬ ▬ : es una bola abierta, las columnas extremas también están en contacto. No se podrían unir de 2 en 2 porque siempre hay que coger la agrupación más grande posible
     - Segunda • • • : es la agrupación más grande posible, no la podemos unir con el 0 de abajo a la derecha porque resultaría una combinación de 3
     - Tercera ═ : es la agrupación más grande posible

3. Cada agrupación corresponde a un término de la ecuación simplificada, con las siguientes reglas:
   - Si una variable cambia de valor dentro de la agrupación, desaparece del término ya que la salida no depende de esa variable.
   - Si una variable mantiene su valor dentro de la agrupación, y éste es 0, aparece sin negar en ese término de la ecuación.
   - Si una variable mantiene su valor dentro de la agrupación, y éste es 1, aparece negada en ese término de la ecuación.

   } *¡OJO! Esto cambia respecto a minterm, funciona al revés*

   - Como se está simplificando en forma de maxterm (producto de sumas), cada agrupación da una suma entre las variables. La función simplificada es el producto de sumas.

- En este caso, de las agrupaciones anteriores:
  · Primera → $\bar{b} + c$
  - La variable a cambia de valor (en la tercera fila vale 1 y en la cuarta vale 0) → no aparece
  - La variable b no cambia de valor (tanto en la tercera fila como en la cuarta vale 1) → aparece negada
  - La variable c no cambia de valor (tanto en la primera columna como en la cuarta vale 0) → aparece sin negar
  - La variable d cambia de valor (en la primera columna vale 0 y en la cuarta vale 1) → no aparece

  · Segunda → $a + \bar{b} + d$
  - La variable a no cambia de valor (en la cuarta fila vale 0) → aparece sin negar
  - La variable b no cambia de valor (en la cuarta fila vale 1) → aparece negada
  - La variable c cambia de valor (en la primera columna vale 0 y en la segunda vale 1) → no aparece
  - La variable d no cambia de valor (tanto en la primera columna como en la segunda vale 0) → aparece sin negar

  · Tercera → $b + \bar{c}$
  - La variable a cambia de valor (en la primera fila vale 0 y en la segunda vale 1) → no aparece
  - La variable b no cambia de valor (tanto en la primera fila como en la segunda vale 0) → aparece sin negar
  - La variable c no cambia de valor (tanto en la segunda columna como en la tercera vale 1) → aparece negada
  - La variable d cambia de valor (en la segunda columna vale 0 y en la tercera vale 1) → no aparece

  · La función simplificada, pues, resulta: $F = (\bar{b} + c) \cdot (a + \bar{b} + d) \cdot (b + \bar{c})$

Como se comentaba, a priori parece que se llega a funciones simplificadas distintas con minterm y maxterm; a continuación, aplicando las leyes y propiedades del Álgebra de Boole, se demuestra que es equivalente.

$$F = (\bar{b} + c) \cdot (a + \bar{b} + d) \cdot (b + \bar{c})$$ *Ecuación simplificada por maxterm*

$$F = (a\bar{b} + \cancel{b\bar{b}} + \bar{b}d + ac + \bar{b}c + cd)(b + \bar{c})$$

$$F = a\cancel{b\bar{b}} + \cancel{b\bar{b}} + \cancel{\bar{b}bd} + abc + \cancel{b\bar{b}c} + bcd + a\bar{b}\bar{c} + \cancel{b\bar{b}\bar{c}} + \bar{b}\bar{c}d + \cancel{ac\bar{c}} + \bar{b}c\bar{c} + \cancel{c\bar{c}d}$$

$$F = abc + bcd + a\bar{b}\bar{c} + \bar{b}\bar{c} + \bar{b}\bar{c}d$$

$$F = abc + bcd + \bar{b}\bar{c}(\cancel{a + 1 + d})$$

$$F = abc + bcd + \bar{b}\bar{c}$$ *Ecuación simplificada por minterm*

*	Por lo tanto, dado que minterm y maxterm llegan a la misma función simplificada, podemos usar la que nos vaya mejor (no se suele especificar el método a usar). Una forma recomendable es usar siempre el mismo método (minterm, por ejemplo) y tan solo pasar al otro si tenemos una tabla de Karnaugh más simple (en caso de maxterm, cuando tuviéramos muy pocos 0s).

10. Ejercicios TÍPICOS de Examen y Selectividad

10.1. Ejercicio CLAVE #1

Un climatizador automático pone en marcha el modo de aire acondicionado si la temperatura interior del vehículo es superior a la temperatura de consigna T_c, siempre que la temperatura de consigna sea más de 3ºC inferior a la temperatura exterior del vehículo. El sistema también tiene un sensor que apaga el aire acondicionado si detecta que hay alguna ventana abierta. Sean las variables de estado:

$$\text{Temperatura interior: } i = \begin{cases} 1: si\ T_{interior} > T_c \\ 0: si\ T_{interior} \leq T_c \end{cases}$$

$$\text{Temperatura exterior: } e = \begin{cases} 1: si\ T_c \geq T_{exterior} - 3ºC \\ 0: si\ T_c < T_{exterior} - 3ºC \end{cases}$$

$$\text{Ventanas: } v = \begin{cases} 1: abiertas \\ 0: cerradas \end{cases}$$

$$\text{Aire acondicionado: } aa = \begin{cases} 1: encendido \\ 0: apagado \end{cases}$$

a) Escribir la tabla de la verdad.
b) Determinar la función lógica entre las variables, y simplificarla.
c) Dibujar el esquema de puertas lógicas equivalente.

Resolución:

a) Escribir la tabla de la verdad.

Lo primero que se debe hacer es identificar qué variables son de entrada y salida, y con ellas construir la estructura de la tabla de la verdad.

En este caso, las variables de entrada o parámetros de control son ambas temperaturas (interior y exterior) y el estado de las ventanas. Con estas, la variable de salida (aire acondicionado) queda determinada: se enciende o apaga. Por lo tanto, la estructura de la tabla de la verdad es:

i	e	v	aa
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

* Cuando se habla de temperatura de consigna, se refiere a la temperatura de referencia que se le pide al aire acondicionado.

Ahora se debe completar con el estado de la variable de salida correspondiente a cada estado. Para ello, se deben empezar a plantear los diferentes casos:

- Siempre que haya una ventana abierta (v = 1), el sistema de aire acondicionado se para (aa = 0). Por lo tanto, ya se pueden completar 4 filas de la tabla.
- El aire se enciende si la temperatura interior es superior a la de consigna ($T_{interior} > T_c \rightarrow i = 1$): por lo tanto, si i = 0 el aire no se enciende (aa = 0). Ya se pueden completar otras dos filas más (hay dos que cumplen i = 0, pero ya tenían ac = 0 de la otra condición).
- Cuando se cumple i = 1, se debe cumplir otro requisito para encender el aire, y es que la temperatura de consigna sea más de 3ºC inferior a la exterior. Si la exterior fuera 26ºC, y la de consigna fuera 22ºC, por ejemplo, se encendería. La condición es: $T_c < T_e - 3ºC \rightarrow e = 0$. Por lo tanto, si $\begin{cases} i = 1 \\ e = 0 \end{cases}$ se debe encender el aire acondicionado (aa = 1). En caso de tener i = 1, pero e = 1, no se enciende el aire (aa = 0).

i	e	v	aa
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Una buena forma de ir completando la tabla, tal y como se ha hecho aquí, es empezar por las condiciones más sencillas y rápidas de identificar, y poco a poco ir avanzando por el resto.

b) Determinar la función lógica entre las variables, y simplificarla.

Dado que tan solo hay una combinación con un 1 como salida, una buena elección es utilizar minterm para determinar la función lógica. La combinación a coger es:

i	e	v	aa
1	0	0	1

Ahora, se aplican las reglas de minterm:

- Cada término está formado por el producto de las tres variables de entrada
  - Si la variable vale 0 se pone negada: e, v
  - Si la variable vale 1 se pone sin negar: i

  $i \cdot e \cdot v$

- La función es la suma de estos términos

  $aa = i \cdot e \cdot v$

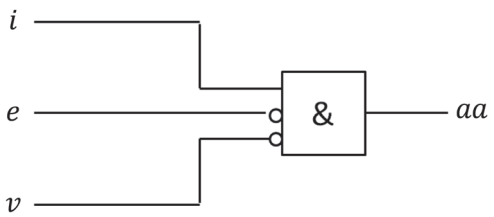
Dado que tan solo aparece un término en la función resultante, ya queda simplificado.

c) Dibujar el esquema de puertas lógicas equivalente.

Al usar la función simplificada obtenida en el apartado anterior, el esquema es más sencillo. Lo primero es identificar los tipos de puertas lógicas a utilizar:

- NOT: para negar aquellas variables que lo necesitan.
- AND: para poder realizar el producto de variables.

En este caso, simplemente negando e y v a la entrada de la puerta AND de las tres variables ya se obtiene el esquema de puertas lógicas equivalente:



10.2. Ejercicio CLAVE #2

El sistema de control de apertura y cierre de una puerta automática está regulado por un sistema formado por un detector de presencia, un detector de movimiento y un interruptor manual situado en la cabina de control. La puerta, normalmente cerrada, se abre cuando se activa el interruptor manualmente (sea cual sea el estado del resto de elementos de control) o cuando se activan los detectores de presencia y de movimiento a la vez. Las variables de estado de este escenario son:

$$\text{Detector de presencia: } dp = \begin{cases} 1: detecta\ presencia \\ 0: no\ detecta\ presencia \end{cases}$$

$$\text{Detector de movimiento: } dm = \begin{cases} 1: detecta\ movimiento \\ 0: no\ detecta\ movimiento \end{cases}$$

$$\text{Interruptor manual: } i = \begin{cases} 1: activado \\ 0: no\ activado \end{cases}$$

$$\text{Puerta: } p = \begin{cases} 1: abierta \\ 0: cerrada \end{cases}$$

a) Escribir la tabla de la verdad.

b) Determinar la función lógica entre las variables, y simplificarla.

c) Dibujar el esquema de contactos equivalente.

Resolución:

a) Escribir la tabla de la verdad.

Lo primero que se debe hacer es identificar qué variables son de entrada y salida, y con ellas construir la estructura de la tabla de la verdad.

En este caso, las variables de entrada o parámetros de control son los dos detectores y el interruptor. Con estas, la variable de salida (la puerta) queda determinada: se abre o cierra. Por lo tanto, la estructura de la tabla de la verdad es:

dp	dm	i	p
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Ahora se debe completar con el estado de la variable de salida correspondiente a cada estado. Para ello, se deben empezar a plantear los diferentes casos:

- Siempre que se activa el interruptor manual ($i = 1$) la puerta se abre: $p = 1$.
- La otra condición para abrir la puerta ($p = 1$) es que ambos detectores se activan a la vez ($dp = 1$ y $dm = 1$).
- En cualquier otra situación, la puerta no se abre ($p = 0$).

dp	dm	i	p
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

b) Determinar la función lógica entre las variables, y simplificarla.

Dado que se tienen menos 0 que 1 en la tabla de la verdad, se puede realizar la simplificación mediante maxterm. Las combinaciones a tener en cuenta son:

dp	dm	i	p
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0

Ahora, se aplican las reglas de *maxterm*:

- Cada término está formado por la suma de las tres variables de entrada
  - Si la variable vale 0 se pone sin negar
  - Si la variable vale 1 se pone negada

$$dp + dm + i \qquad dp + \overline{dm} + i \qquad \overline{dp} + dm + i$$

- La función es el producto de estos términos

$$p = (dp + dm + i) \cdot \left(dp + \overline{dm} + i\right) \cdot \left(\overline{dp} + dm + i\right)$$

Si se aplican las reglas de minterm, se llegaría a esta otra función (equivalente a la anterior):

$$p = \left(\overline{dp} \cdot \overline{dm} \cdot i\right) + \left(\overline{dp} \cdot dm \cdot i\right) + \left(dp \cdot \overline{dm} \cdot i\right) + \left(dp \cdot dm \cdot \overline{i}\right) + (dp \cdot dm \cdot i)$$

Para simplificar la función, es conveniente usar la Tabla de Karnaugh. Si se hace mediante minterm (recomendable siempre usar el mismo, para no confundirse en los pasos a seguir), se colocan las combinaciones con 1 en la salida y se hacen las agrupaciones correspondientes.

*dp**dm* *i*	00	10	11	01
0			1	1
1		1	1	1

Ahora, de los dos grupos formados:

- Primero ▬ ▬: *dp* cambia de valor, por lo tanto no aparece; *dm* cambia de valor, por lo tanto no aparece; *i* no cambia de valor y es 1, por lo tanto aparece sin negar.

$$i$$

- Segundo • • •: *dp* no cambia de valor y es 1, por lo tanto aparece sin negar; *dm* no cambia de valor y es 1, por lo tanto aparece sin negar; *i* cambia de valor, por lo tanto no aparece.

$$dp \cdot dm$$

Con esta combinación, se llega a la función simplificada:

$$p = i + dp \cdot dm$$

c) Dibujar el esquema de puertas lógicas equivalente.

Al usar la función simplificada obtenida en el apartado anterior, el esquema es más sencillo. Lo primero es identificar los tipos de puertas lógicas a utilizar:

- AND: para poder realizar el producto de variables.
- OR: para poder realizar la suma de las agrupaciones.

Primero se hace el producto $dp \cdot dm$, y el resultado se suma con i:

