Ejercicios resueltos

Ejercicio 1: Derivada de $f(x) = x$

La derivada de x, donde el exponente es 1, se calcula como:

$$f'(x) = 1 \cdot x^0 = 1$$

El exponente 1 baja y se reduce a 0, por lo que el resultado es 1. Recuerda que todo número, distinto de 0, elevado a 0 es 1.

Truco: La derivada de un número multiplicado por x da ese número. Otros ejemplos serían la derivada de $7x$ que es 7 o la derivada de $-5x$ que es -5. ¡Buen truco eh! ¡Primero de muchos que se vienen, sigamos a tope!

Ejercicio 2: Derivada de $f(x) = 2x^4$

Aplicamos la regla de la potencia con el número positivo, el 2, multiplicando:

$$f'(x) = 2 \cdot 4 \cdot x^3 = 8x^3$$

El exponente 4 baja, se multiplica por 2, y el exponente se reduce a 3.

Ejercicio 3: Derivada de $f(x) = -3x^{-2}$

Cuando hay un número negativo multiplicando a x con un exponente negativo:

$$f'(x) = -3 \cdot (-2) \cdot x^{-3} = 6x^{-3}$$

El exponente -2 baja, se multiplica por -3, y el exponente se reduce a -3 $(-2 - 1 = -3)$.

Ejercicio 4: Derivada de $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$

Aplicando la regla de la potencia para un exponente fraccionario:

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

El exponente $\frac{1}{2}$ baja y se reduce en uno, resultando en un exponente de $-\frac{1}{2}$.

Ejercicio 5: Derivada de $f(x) = (2x^3 + 5)^4$

$$f'(x) = 4(2x^3 + 5)^3 \cdot (6x^2) = 24x^2(2x^3 + 5)^3$$

Bajamos el exponente 4, copiamos $u = 2x^3 + 5$, y lo elevamos a 3. Derivamos u, que da $6x^2$, y lo multiplicamos.

Ejercicio 6: Derivada de $f(x) = (3x^2 - 4x + 1)^6$

$$f'(x) = 6(3x^2 - 4x + 1)^5 \cdot (6x - 4) = 6(6x - 4)(3x^2 - 4x + 1)^5$$

Bajamos el exponente 6, copiamos $u = 3x^2 - 4x + 1$, lo elevamos a 5, derivamos u, que da $6x - 4$, y multiplicamos.

Ejercicio 7: Derivada de $f(x) = (x^2 + 1)^7$

$$f'(x) = 7(x^2 + 1)^6 \cdot (2x) = 14x(x^2 + 1)^6$$

Bajamos el exponente 7, copiamos $u = x^2 + 1$, lo elevamos a 6, derivamos u, que da $2x$, y multiplicamos.